

ERSTELLUNG EINES ISOTHERMEN, ZONALEN MODELLS MIT IMPULSERHALTUNG

Victor Norrefeldt, Thierry Noudui, Christoph van Treeck, Gunnar Grün
Fraunhofer-Institut für Bauphysik, Valley, Deutschland

KURZFASSUNG

Zonale Modelle unterteilen einen Raum in mehrere Unterzonen, die über Strömungspfade verbunden sind. Es wird eine neue Formulierung des zonalen Ansatzes vorgestellt, in der neben der Massen- auch die Impulserhaltung integriert ist. Das Modell besteht aus zwei Hauptkomponenten: den Volumina (Massenerhaltung) und den Strömungspfaden (Impulserhaltung). Ausgehend von den Eintrittsgeschwindigkeiten der Strömung in die Volumina und von der Druck- und Höhendifferenz zweier Volumina wird die Beschleunigung des Luftmassenstroms im Strömungspfad berechnet. Erste Versuche zeigen, dass das neue Modell sich gut eignet die globale Strömungsform vorherzusagen.

ABSTRACT

Zonal models subdivide an air volume (e.g. a room) into several subzones linked by flow paths. In this paper a new formulation of the zonal model is presented. Additionally to the mass conservation the impulse conservation is implemented. The model consists of two main components, the volumes (mass conservation) and the flow paths (momentum conservation). Based on the speed of the entering air flows into the volumes and the pressure- and height difference of two adjacent volumes, the acceleration of the air mass flow rate through the flow path is calculated. First tests show a good prediction of the global air flow pattern.

EINLEITUNG

Zonale Modelle verwenden üblicherweise ein sogenanntes Druckknotennetzwerk zur vereinfachten Modellierung von Luftmassenströmen zwischen Zonen. Im Gegensatz zu multizonalen Modellierungen wie beispielsweise Contam (2010) oder das Modell nach Wetter (2006), bei denen ein Gebäude unterteilt wird (zum Beispiel jeder Raum eine Zone), unterteilt ein zonales Modell ein Luftvolumen weiterhin in mehrere Unterzonen, die nicht durch Wände getrennt sind, sondern direkt an andere Luftvolumina angrenzen (ähnlich zur Finite-Volumen-Formulierung, Clarke (2001)). Somit wird die Möglichkeit geschaffen, lokale Betrachtungen in

einem Raum durchzuführen. Daoud et al. (2008b) haben beispielsweise ein zonales Modell für die energetische Berechnung eines Eisstadions genutzt. Gerade in diesem Anwendungsfall liegen in der Halle in den warmen Monaten Temperaturunterschiede von über 25 K vor, was die Annahme einer perfekten Durchmischung des Raumes nicht mehr zulässt.

Typischerweise liegt die Anzahl der Zonen zwischen zehn und hundert (Boukhris et al., 2009). Zonale Modelle stellen einen Kompromiss zwischen der hohen Genauigkeit von CFD-Simulationen und der niedrigen Rechenzeit eines dimensionsreduzierten Modells dar (vgl. Megri und Haghightat, 2007).

Generell zeichnet sich ein zonales Luftströmungsmodell durch die Abfolge von Volumenmodellen (Massenerhaltung) und Strömungspfaden (Druckverluste) in zwei- oder drei-dimensionaler Richtung aus. Strömungspfade verbinden benachbarte Volumina, womit abhängig vom Druck- und Höhenunterschied der Volumenmittelpunkte der Massenfluss und dessen Richtung berechnet werden kann.

In den Volumenmodellen ist im stationären Zustand die Summe der zu- und abfließenden Massenströme gleich:

$$\sum \dot{m}_{cu} = \sum \dot{m}_{ab} \quad (1)$$

In bisherigen Formulierungen wird die Strömung zwischen Volumina in den Strömungsmodellen über das Prinzip kommunizierender Röhren modelliert (zum Beispiel in Inard et al., 1996, Wurtz et al., 1999 und Boukhris et al., 2009). Die Geschwindigkeiten in den Volumina werden zu Null angenommen und die Geschwindigkeit im Rohr wird über die Bernoulli-Gleichung berechnet,

$$\dot{m} = \pm C_d \cdot A \cdot \rho \cdot \sqrt{2 \cdot \left| \frac{\Delta p}{\rho} + g \cdot \Delta h \right|}, \quad (2)$$

wobei C_d ein Verlustbeiwert, A die durchströmte Fläche, ρ die Dichte des Fluids, Δp und Δh der

Druck- beziehungsweise Höhenunterschied zweier Volumina und g die Erdbeschleunigung sind.

Wie viel Luft bei gegebenem Druckunterschied von einem Volumen ins andere strömt wird durch den Verlustbeiwert bestimmt. (Wurtz et al, 1999) geben an, dass der Wert $C_d=0,83$ üblich ist. Daoud und Galanis (2008a) hingegen haben festgestellt, dass der C_d -Wert auf die Strömung keinen Einfluss hat wenn die Quelle ein vorgegebener Massenfluss ist und allen Strömungspfaden der selbe C_d -Wert zugewiesen wird. Lediglich die Drücke in den einzelnen Zonen ändern sich. Daher empfehlen sie, Stoffwerte wie zum Beispiel die Dichte der Luft vorzugeben und nicht in den Zonen zu berechnen. Zudem ist der gesamte Druckverlust abhängig von der Anzahl der durchlaufenen Strömungspfade und somit von der Diskretisierung des Raumes.

Um nicht-uniforme C_d -Werte zu erhalten, schlagen Jiru und Hagighat (2005, 2006) vor, diese so anzupassen, dass das mit dem zonalen Modell errechnete Strömungsbild mit dem aus CFD-Simulationen erhaltenen übereinstimmt. Der Nachteil hierbei ist, dass jeder Strömungspfad einen anderen Verlustbeiwert besitzt und vorab CFD-Simulationen nötig sind. Ein weiterer Vorschlag stammt von Axley (2001). Bei diesem Ansatz wird anstatt des Verlustbeiwertes der Druckverlust infolge der Schubspannung an den Grenzen der Zonen berechnet. Je näher eine Zone an einer Wand ist, desto größer ist die Schubspannung in der Ebene, die parallel zur Wand ist.

Dadurch, dass die Strömung in den Volumenmodellen rechnerisch vollständig dissipiert wird, ist theoretisch jede beliebige Richtungsänderung möglich. Dies führt insbesondere bei antreibenden Strömungen, wie beispielsweise durch Luftauslässe oder Konvektoren verursacht, zu falschen Ergebnissen. Um dem Abhilfe zu schaffen, schlagen Inard et al. (1996) vor, zwei Zonentypen zu definieren: normale Zonen und Jet- bzw. Plume-Zonen. Während die Strömung in den normalen Zonen durch das zonale Modell beschrieben wird, wird die Strömung in den Jet- oder Plume-Zonen durch entsprechende Korrelationen beschrieben. Für diese antreibenden Zonen wird nicht die Massenerhaltung implementiert, sondern es wird ihnen erlaubt, Luft aus benachbarten „normalen“ Zonen mit anzutreiben.

Ein weiterer Ansatz die Luft in einem Raum zu zonieren stammt von Glück (2004). Hierbei wird der Raum in horizontale Scheiben unterteilt. Für jede dieser Zonen wird anhand des Wärme- und Luftaustausches eine Temperatur errechnet. Wärmequellen und -senken, wie zum Beispiel Wände, thermische Lasten, etc., sowie Lufteinlässe verursachen Strömungen, die je nach Temperatur auf- oder abwärts gerichtet sind. Diese Strömungen

saugen auf ihrem Ausbreitungsweg weiter Umgebungsluft in sich ein und verändern dabei ihre Temperatur. Die Ausbreitung wird durch empirische Modelle abgebildet. An den Zonengrenzen wird die Temperatur der Strömung errechnet. Ist diese bei aufsteigender Strömung höher als die Temperatur der darüberliegenden Zone wird die Strömung weiter aufsteigen. Ist dies nicht der Fall, endet die Strömung in der aktuellen Zone. Für absteigende Strömungen gilt dies entsprechend umgekehrt. Die Differenz an einer Zonengrenze zwischen auf- und absteigender Luft wird ausgeglichen, indem ein weiterer, nicht durch Korrelationen abgebildeter Luftaustausch zwischen den Zonen hinzugerechnet wird. Als Ergebnis erhält man somit die zu erwartende Schichtung der Lufttemperaturen im Raum. Glück (2004) gibt an, dass das Modell nur bei impulsarmer Einbringung der Luft in den Raum gültig ist.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass bisherige Modelle bereits weit entwickelt wurden und mit entsprechenden Hilfestellungen auch zufriedenstellende Ergebnisse liefern. Jedoch haben sie auch inherente Nachteile, die die hier vorgestellte neue Formulierung behebt. Sie verhindert, dass die Strömung rechnerisch in den Volumina dissipiert wird. Für antreibende Strömungen muss nicht mehr ein eigener Zonentyp definiert werden, in dem die Strömung beispielsweise durch Jet-Korrelationen beschrieben wird, sondern der Weitertransport der Strömung in den Raum hinein wird schon durch das Modell sicher gestellt.

NEUE FORMULIERUNG DES ZONALEN MODELLS

Der hier vorgeschlagene Ansatz implementiert neben der Massen- auch die Impulserhaltung. Anstatt die Strömung beim Eintritt in ein Volumen rechnerisch zu dissipieren, wird deren Geschwindigkeit als richtungsabhängige Eigenschaft an das Volumen übergeben. Somit gehen nicht nur der Druck- und Höhenunterschied zweier Volumina in das Strömungsmodell ein, sondern auch die Geschwindigkeit, die die Strömung beim Eintritt in das Volumen hat. Geschwindigkeitsverluste werden durch die Viskosität der Strömung beschrieben.

Das hier vorgestellte zonale Modell unterscheidet sich von den Navier-Stokes-Gleichungen. Bei deren Lösung wird die Massen- und Impulserhaltung für jeden Knoten des Rechengitters erfüllt. In dem hier vorgestellten zonalen Modell hingegen wird nur die Massenerhaltung in den Volumina erfüllt. Die Strömungsgeschwindigkeit wird zwar als Eigenschaft an die Volumina übergeben, es wird hier allerdings nicht verlangt, dass sie die Impulserhaltung erfüllen muss. Die Impulserhaltung hingegen wird zwischen den Volumina in den

Strömungselementen implementiert. Den Strömungselementen werden die Geschwindigkeiten der verbundenen Volumina mitgeteilt und auf deren Basis wird die Impulserhaltung errechnet. Es kann aber durchaus sein, dass die somit erhaltene tatsächliche Strömungsgeschwindigkeit von den Eingangsgeschwindigkeiten differiert. Da die durchströmten Flächen aber gleich sind, ist die Massenerhaltung somit nicht gegeben.

Die gesamte Massen- und Impulserhaltung stellt sich erst durch das Zusammenspiel von Volumen- und Strömungselementen ein.

Strömungsmodell

Die formelmäßige Implementierung des zonalen Modells basiert auf der der Impulserhaltung (siehe Abbildung 1). Zudem wird der Strömung nur erlaubt sich entlang der drei festen Raumkoordinaten zu bewegen und nicht in anderen Richtungen. Dadurch werden Koppelterme in der vollständigen Impulsbilanz, wie zum Beispiel $u \cdot v$ oder $u \cdot w$ immer zu null. Bedingt hierdurch ist die Massenerhaltung in den Strömungselementen nicht gewährleistet.

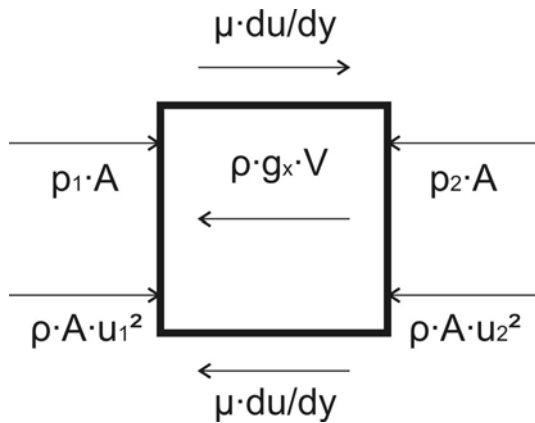


Abbildung 1 Impulsbilanz

Nimmt man an, dass obiges Volumen infinitesimal klein sei und bilanziert die Kräfte, so erhält man Gleichung (3). Beim viskosen Term wird die Annahme getroffen, dass die zweite Ableitung der Strömungsgeschwindigkeit in den Querrichtungen zur Strömung größer ist als längs der Strömung. Zudem wird angenommen, dass die Dichte in dieser Gleichung quasi-konstant ist. Deren Veränderung über der Zeit wird hier also vernachlässigt.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + g_x \quad (3)$$

Die Gleichungen für die v/y - bzw. w/z -Richtungen werden analog gebildet.

Basierend auf der Zonierung des Raumes wird Gleichung (3) diskretisiert. Diese Diskretisierung ist im Vergleich zu CFD-Simulationen grob.

Im Folgenden wird die Umsetzung der obigen Gleichung in einem Strömungsmodell gezeigt, das die Volumina i,j,k und $i+1,j,k$ verbindet. Ziel ist es, die Geschwindigkeit u der Strömung zwischen den beiden Volumina zu errechnen.

Für den Druckgradienten ergibt sich durch eine Diskretisierung erster Ordnung:

$$\frac{\partial p}{\partial x} \approx \frac{p_{i+1,j,k} - p_{i,j,k}}{x_{i+1} - x_i} \quad (4)$$

Der Impulsterm wird analog zu:

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} \approx \frac{(u_{i+1,j,k}^2 - u_{i,j,k}^2)}{x_{i+1} - x_i} \quad (5)$$

Die viskosen Terme errechnen sich aus dem Mittelwert der zweiten Ableitungen der Geschwindigkeiten in den Volumina i,j,k und $i+1,j,k$. Die zweite Ableitung ist durch drei Größen determiniert. Diese sind jeweils die Geschwindigkeiten im aktuellen sowie in den zwei benachbarten Volumina, also i,j,k , $i,j-1,k$ und $i,j+1,k$ beziehungsweise $i+1,j,k$, $i+1,j-1,k$ und $i+1,j+1,k$. Am Beispiel der zweiten Ableitung von u nach y wird dies in Formel (6) gezeigt. Δy_j ist die Größe des Volumens in y -Richtung. Die Ableitung in z -Richtung wird analog gebildet.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \approx \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{\left[\left(\frac{u_{i,j+1,k} - u_{i,j,k}}{y_{j+1} - y_j} \right) - \left(\frac{u_{i,j,k} - u_{i,j-1,k}}{y_j - y_{j-1}} \right) \right]}{\Delta y_j} + \frac{\left[\left(\frac{u_{i+1,j+1,k} - u_{i+1,j,k}}{y_{j+1} - y_j} \right) - \left(\frac{u_{i+1,j,k} - u_{i+1,j-1,k}}{y_j - y_{j-1}} \right) \right]}{\Delta y_j} \right\} \quad (6)$$

Grenzen die Volumina an eine Wand, so wird die Haftbedingung angenommen. Dies wird in Gleichung (7) gezeigt für den Fall, dass statt der Volumina $i,j-1,k$ und $i+1,j-1,k$ eine Wand angrenzt.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \approx \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{\left[\left(\frac{u_{i,j+1,k} - u_{i,j,k}}{y_{j+1} - y_j} \right) - 2 \cdot \left(\frac{u_{i,j,k} - 0}{\Delta y_j} \right) \right]}{\Delta y_j} + \frac{\left[\left(\frac{u_{i+1,j+1,k} - u_{i+1,j,k}}{y_{j+1} - y_j} \right) - 2 \cdot \left(\frac{u_{i+1,j,k} - 0}{\Delta y_j} \right) \right]}{\Delta y_j} \right\} \quad (7)$$

Die Dichte in Gleichung (3) wird aus dem Mittelwert der Dichten in den verbundenen Volumina gebildet. Die Viskosität wird als Parameter vorgegeben. Hierdurch ist es möglich eine Viskosität einzuführen,

die ähnlich der turbulenten Viskosität Verluste in der Strömung gut repräsentiert und es dabei erlaubt den vereinfachten Gleichungssatz zu nutzen.

Durch lösen der Gleichung (3) erhält man mit Hilfe von Gleichung (8) den Massenstrom, der zwischen den beiden Volumina i,j,k und $i+1,j,k$ ausgetauscht wird.

$$\dot{m}_{i \rightarrow i+1, j, k} = u \cdot \rho \cdot A \quad (8)$$

Volumenmodell

Im Volumenmodell ist die Massenerhaltung in Form einer Differenzialgleichung implementiert, die die zeitliche Änderung der Dichte der enthaltenen Luft beschreibt. Im stationären Zustand ist diese Dichteänderung gleich Null und die zu- und abgeflossenen Luftmengen sind identisch.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\sum \dot{m}_{zu} + \sum \dot{m}_{ab}}{V} \quad (9)$$

Die Eigenschaft der Strömungsgeschwindigkeit im Volumen wird nach folgender Regel vergeben:

Fluid strömt links ein und rechts aus:

$$u_{i,j,k} = u_{links} \quad (10)$$

Fluid strömt rechts ein und links aus:

$$u_{i,j,k} = u_{rechts} \quad (11)$$

Fluid strömt links und rechts aus:

$$u_{i,j,k} = 0 \quad (12)$$

Fluid strömt links und rechts ein:

$$u_{i,j,k} = u_{links} - u_{rechts} \quad (13)$$

Entsprechend werden auch die Geschwindigkeiten v vor- und rückwärts und w in den vertikalen Richtungen gebildet.

ANWENDUNGSBEISPIEL

Die Ergebnisse des erstellten zonalen Modells werden den Messungen von (Nielsen 1990) gegenübergestellt. Nielsen hat einen Testraum (siehe Abbildung 2, $L \times H = 9 \times 3 \text{ m}^2$) vermessen, in dem sich oben links ein spaltförmiger Lufteinlass (0,168 m hoch, $u_0 = 0,455 \text{ m/s}$) und unten rechts ein Auslass (0,48 m hoch) befindet. Der Raum ist so konzipiert, dass in der Messebene eine zweidimensionale Strömung vorliegt.

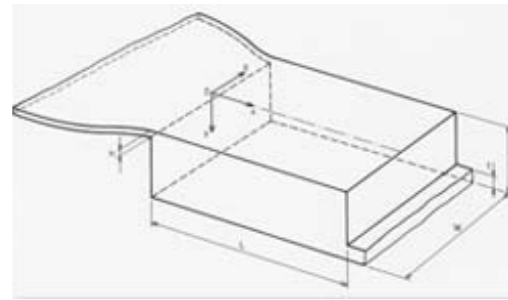


Abbildung 2 Raum nach Nielsen (1990)

Das Modell unterteilt den Raum in $6 \times 3 \times 6$ (Länge x Tiefe x Höhe) Zonen. Die Tiefe ist mit 3 m angenommen. Die Größe der Zonen ist in Längs- und Tiefenrichtung gleichmäßig gewählt. In der Höhe werden die untersten und die obersten Zonen entsprechend den Ein- und Austrittsöffnungen modelliert (also 0,48 m und 0,168 m Höhe). Dazwischen sind die Höhen gleich verteilt. Für die Viskosität wird der Wert 0,001 Pa·s verwendet. An der Eintrittsöffnung wird die konstante Geschwindigkeit 0,168 m/s vorgegeben. An der Austrittsöffnung wird ein konstanter Druck von 1013 hPa angesetzt.

Die Ergebnisse sind jeweils 3 m beziehungsweise 6 m vom Einlass entfernt bei halber Raumtiefe ausgewertet. In Abbildung 3 und Abbildung 4 wird ein Geschwindigkeitsprofil über der Höhe gezeigt. Die Gegenüberstellung der Ergebnisse zeigt die Fähigkeit des zonalen Modells ($6 \times 3 \times 6$ Volumina) trotz grober Auflösung die globale Strömungsform gut zu erfassen, wengleich Abweichungen der Strömungsgeschwindigkeiten deutlich sind. Insbesondere die Rezirkulation wird zu schwach vorhergesagt. Hingegen die Höhe, bei die Rezirkulation endet, wird für beide Positionen gut vorhergesagt.

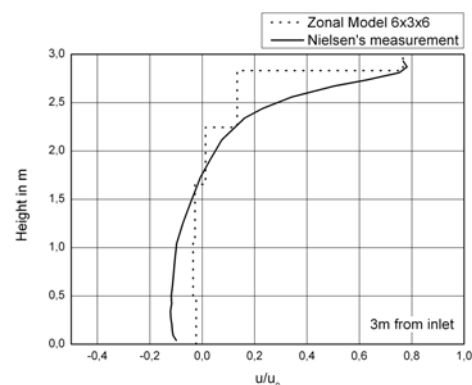


Abbildung 3 Vergleich des zonalen Modells mit Messungen, 3m vom Einlass

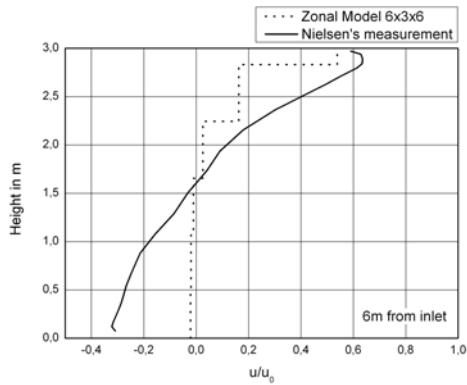


Abbildung 4 Vergleich des zonalen Modells mit Messungen, 6m vom Einlass

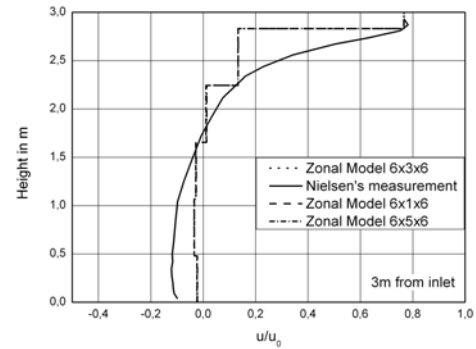


Abbildung 6 Gittereinfluss in Tiefenrichtung

Gitterabhängigkeit des zonalen Modells

Um die Gitterabhängigkeit zu prüfen, wird ausgehend von der 6x3x6-Zonierung die Anzahl der Elemente in jeweils einer Richtung verändert. Die Gesamtgröße des Raumes wird beibehalten. In Längs- und Tiefenrichtung zeigt sich nur eine sehr geringe Abhängigkeit der Ergebnisse von der Zonenzahl. Bei der Veränderung der Zonenzahl entlang der Höhe zeigt sich, dass die Strömung bei Erhöhung (6x3x8) feiner- bzw. bei Senkung (6x3x4) gröber dargestellt wird. Zudem wird die Rezirkulation bei dem Modell mit 8 Zonen entlang der Höhe zu weit oben vorhergesagt. Insgesamt zeigt sich das Modell aber robust gegenüber der Veränderung der Zonenzahl. Eine Auswertung der insgesamt im Raum zu- und abgeflossenen Luftmenge ergibt, dass diese unabhängig von der Zonierung gleich ist. Es wird also keine Luft im Raum akkumuliert.

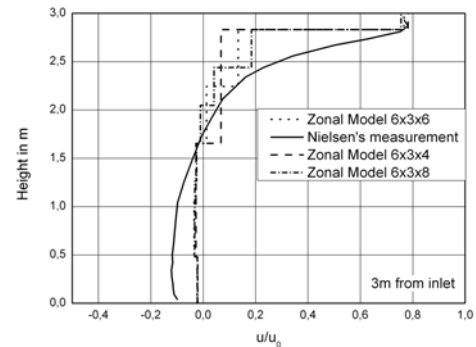


Abbildung 7 Gittereinfluss in Höhenrichtung

Wahl der Zonengrößen

Die optimale Wahl der Zonengrößen wurde bisher nicht eingehend untersucht. In dem hier gezeigten Beispiel wurden Zonen mit einer Größe von 0,15 bis 2,6 m³ verwendet.

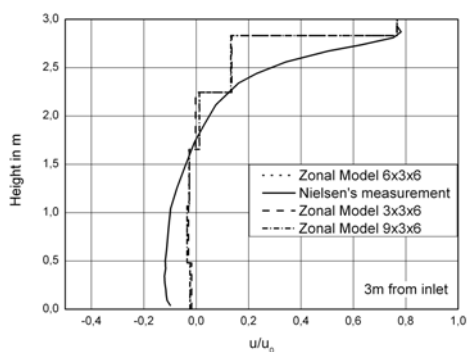


Abbildung 5 Gittereinfluss in Längsrichtung

ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Arbeit wird ein zonales Modell vorgestellt, in dem die Impulserhaltung implementiert ist. Durch Vereinfachungen entsteht an Stelle der Navier-Stokes-Gleichungen ein Gleichungssystem, das die Massenerhaltung in den Volumenelementen berechnet und die Impulserhaltung in den Strömungselementen. Somit sind die zwei Erhaltungsgleichungen räumlich um jeweils ein halbes Volumen versetzt.

Druck- und Höhenunterschiede treiben die Strömung an, die Viskosität bzw. eine effektive Viskosität bremsen sie. Um die Information der Strömungsgeschwindigkeit in den Raum hinein zu tragen, wird die Strömungsgeschwindigkeit am Eintritt des Volumens dem Volumen als Eigenschaft übergeben.

Ergebnisse des zonalen Modells sind zwar im Allgemeinen ungenauer als CFD-Simulationen, allerdings müssen weniger Gleichungen gelöst werden, was eine deutlich schnellere Abschätzung der Raumluftströmung zulässt.

AUSBLICK

Ziel des zonalen Modells ist es, schnell Rechenergebnisse zu produzieren unter der Wahrung einer gewissen räumlichen Auflösung. Gerade bei energetischen Betrachtungen mittels dynamischer Simulationen ist dies wichtig.

Für die Zukunft ist geplant, das zonale Modell auf nicht-isotherme Verhältnisse zu erweitern. Zudem sollten Ergebnisse des zonalen Modells mit CFD-Rechnungen verglichen werden, um die Stärken und die Grenzen der Formulierung besser abschätzen zu können. Eine Erhöhung der Genauigkeit des zonalen Modells könnte beispielsweise durch eine verbesserte Modellierung der Strömung im wandnahen Bereich erreicht werden.

Durch die räumliche Auflösung und durch die schnelle Rechengeschwindigkeit könnte ein zonales Modell, das auch Temperaturverteilungen im Raum berechnen kann, für Optimierungszwecke genutzt werden. Insbesondere wenn die Optimierung eine hohe Anzahl von Auswertungen erfordert zeigt sich die Stärke der zonalen Formulierung gegenüber CFD-Rechnungen. Ein Anwendungsbeispiel könnte die möglichst gute Platzierung von Wärmequellen im Raum sein, wie beispielsweise in einem Rechenzentrum.

DANKSAGUNG

This research is benefiting from the work that is being done in the European Community's Clean Sky JTI under grant agreement n° CSJU-GAM-ED-2008-001

LITERATUR

- Axley, J.W. 2001. Surface-drag flow relations for zonal modeling. *Building and Environment*, Vol. 36, pp. 843-850
- Boukhris, Y., Gharbi, L., Ghrab-Morcos, N. 2009. Modeling coupled heat transfer and air flow in a partitioned building with a zonal model: Application to the winter thermal comfort. *Building Simulation*, Vol. 2, pp. 67-74
- Clarke J.A., 2001, *Energy Simulation in Building Design*, Butterworth-Heinemann, 2nd Edition
- Contam, 2010,
<http://www.bfrl.nist.gov/IAQanalysis/>,
 eingesehen am 28.05.2010

- Daoud, A., Galanis, N. 2008a. Prediction of airflow patterns in a ventilated enclosure with zonal methods. *Applied Energy*, Vol. 85, pp. 439-448
- Daoud, A., Galanis, N., Bellache, O. 2008b. Calculation of refrigeration loads by convection, radiation and condensation in ice rinks using a transient 3D zonal model. *Applied Thermal Engineering*, Vol. 28, pp. 1782-1790
- Glück, B. 2004. Dynamisches Raummodell zur wärmetechnischen und wärmephysiologischen Bewertung.
- Inard, C., Bouia, H., Dalcieux, P. 1996. Prediction of air temperature distribution in buildings with a zonal model. *Energy and Buildings*, Vol. 24, pp. 125-132
- Jiru, T.E., Haghghat, F. 2005. Macroscopic and microscopic analysis of zonal models. *Proceedings of the 9th IBPSA Conference*, pp. 1213-1220
- Jiru, T.E., Haghghat, F. 2006. A new generation of zonal models, *ASHRAE Transactions*, Vol. 112, pp. 163-174
- Megri, A.C., Haghghat, F., 2007. Zonal Modeling for Simulating Indoor Environment of Buildings: Review, Recent Developments, and Applications, *HVAC&R Research*, Vol. 13, pp. 887-905
- Wetter, M. 2006. Multizone Airflow Model in Modelica, *Modelica Conference*, Wien, 4.-5. September 2006
- Wurtz, E., Nataf, J.-M., Winkelmann, F. 1999. Two and three dimensional natural and mixed convection simulation using modular zonal models in buildings. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 923-940